[This question paper contains 04 printed pages]

Roll Number: _______________

HPAS (Main) Examination-2018

MATHEMATICS-I

Time: 3 Hours | Maximum Marks: 100

निर्धारित समय : तीन घंटे | अधिकतम अंक: 100

Note:

1. This question paper contains eight questions. Attempt total five questions including question No.1 which is compulsory.

2. Each question carries equal marks. Marks are divided and indicated against each part of the question.

3. Write legibly. Each part of the question must be answered in sequence in the same continuation.

4. If questions are attempted in excess of the prescribed number only questions attempted first up to the prescribed number shall be valued and the remaining answers will be ignored.

ध्यान दें :

1. इस प्रश्न पत्र में आठ प्रश्न हैं। प्रश्न संख्या 1 (जो अनिवार्य है) सहित कुल पांच प्रश्नों के उत्तर लिखिए।

2. प्रत्येक प्रश्न के समान अंक हैं। अंको को प्रश्न के प्रत्येक भाग के विरुद्ध विभाजित और इंगित किया गया है।

3. स्पष्ट रूप से लिखें। प्रश्न के प्रत्येक भाग को उसी क्रम में क्रम से उत्तर दिया जाना चाहिए।

4. यदि प्रश्नों को निर्धारित संख्या से अधिक करने का प्रयास किया जाता है, तो केवल निर्धारित संख्या तक पहले किए गए प्रश्नों का मूल्यांकन किया जाएगा और शेष उत्तरों को नजरअंदाज किया जाएगा।

HP General Studies

1. (a) Find order and degree of differential equation whose general solution is $y^2 = 2c(x + \sqrt{c})$ where c is a positive parameter. (05)

उस अवकल समीकरण की कोटि तथा घात ज्ञात करो जिसका व्यापक हल $y^2 = 2c(x + \sqrt{c})$ है जहॉं c एक घनात्मक प्राचल है।

(b) How many solutions does the following system of linear equations have? (05)

-x + 5y = -1

x − y = 2

x + 3y = 3

निम्नलिखित रैखिक समीकरण के निकाय के कितने हल होगें ?

-x + 5y = -1

x − y = 2

x + 3y = 3

(c) Find the intervals in which the function f(x) = 10 - 6x $-2x^2$ is strictly increasing or strictly decreasing. (05)

उन अन्तरालों को ज्ञात करो जिसमें फलन f(x) = 10 - 6x $-2x^2$ निरन्तर वर्धमान और निरन्तर ह्रासमान हैं।

(d) Find the unit outward normal vector at the point $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$ for the surface $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. (05)

पृष्ठ $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ की सतह के बिन्दु $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$ पर बाहर की ओर इकाई अभिलम्ब सदिश को ज्ञात करों ।

2. (a) Two solutions of the ordinary differential equation $y'' - 2y' + y = 0$ are $e^{+x}$ and $5e^{+x}$. Is the general solution of the differential equation $y = Ae^{+x} + B5e^{+x}$ ? (10)

साधारण अवकल समीकरण $y'' - 2y' + y = 0$ के दो हल है $e^{+x}$ और $5e^{+x}$ क्या $y = Ae^{+x} + B5e^{+x}$ अवकल समीकरण का एक व्यापक हल है?

(b) If the integrating factor of differential equation $(x^7y^2 + 3y)dx + (3x^8y - x)dy = 0$ is $x^m y^n$, then find the values of m and n. (10)

अवकल समीकरण $(x^7y^2 + 3y)dx + (3x^8y - x)dy = 0$ का समाकलन गुंणाक $x^m y^n$ है, m और n का मान ज्ञात करो ।

3. (a) The direction of vector A is radially outward from the origin, and its magnitude is $|A| = kr^n$ where $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ and k is constant. Find the value of n for which $\nabla.\vec{A} = 0$. (10)



HP General Studies

किसी सदि”ा A की दि”ाा मूल बिन्दु से त्रिज्यात बाहर की ओर है और उसका परिमाण $|A| = kr^n$ है जहाँ $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ और k अचर है । n का मान ज्ञात करो जिसके लिए $\nabla.\vec{A} = 0$ है।

(b) If P, Q and R are three points having cartesian co-ordinates (3, -2,-1), (1, 3, 4), (2, 1, -2) respectively in XYZ cartesian plane, then find the distance from point P to plane OQR where O is the origin of the cartesian plane. (10)

यदि किसी कार्तीय समतल XYZ में तीन बिन्दु P, Q और R के कार्तीय निर्दे”ाांक (3, -2, -1), (1, 3, 4), (2, 1, -2) क्रम”ाः हैं तब बिन्दु P से समतल OQR से दूरी ज्ञात करो जहाँ O कार्तीय समतल में मूल बिन्दु है।

4. (a) Suppose f(x) is a function satisfying the conditions: (i) f(0) = 2, f(1) = 1 (ii) f has a minimum value at x = 5/2 (iii) f′(x) = 2ax + b for all x. Determine the constants a, b and the function f(x). (10)

माना कि फलन f(x) शर्तों (i) f(0) = 2, f(1) = 1 (ii) f का x = 5/2 पर निम्नतम मान है (iii) f′(x) = 2ax + b सभी x के लिए, संतुष्ट करता है। अचर a, b तथा f(x) का मान ज्ञात करो ।

(b) Change the order of integration in the integral $\iint f(x,y)dxdy$. Area for the integration lies between the curves y = x tanα, y $=\sqrt{a^2 - x^2}$, x = 0 and x = acosα. (10)

$\iint f(x,y)dxdy$ समाकल में समाकलन का क्रम परिवर्तित कीजिए। समाकलन का क्षेत्र वक्रों y = x tanα , y $=\sqrt{a^2 - x^2}$ , x = 0 और x = acosα से घिरा हुआ है।

5. (a) Let U and V are the vector spaces and T : U → V be a surjective linear mapping and dim U = 6, and dim V = 3. Then find dim KerT. (10)

माना कि U और V सदि”ा समष्टि है और T : U → V एक आच्छादक रैखिक रूपान्तरण है तथा विमा U = 6 और विमा V = 3 है। T की अष्टि की विमा ज्ञात करो।

(b) Let $R^3$ (R) is a vector space with respect to ordinary addition and scalar multiplication. Find the rank of the linear transformation T : $R^3$ → $R^3$ defined by T(x,y,z) = (y,0,z). (10)

माना कि $R^3$ (R) साधारण योग तथा अदि”ा गुणन के सापेक्ष सदि”ा समष्टि है रैखिक रूपान्तरण T : $R^3$ → $R^3$ इस प्रकार से परिभाषित है T(x,y,z) = (y,0,z), T की कोटि ज्ञात करो ।

HP General Studies

6. (a) Let A be a 3 x 3 square matrix with eigen values 1,-1, 0. Then find the value of det $(I + A^{100})$. (10)

यदि A एक 3 x 3 वर्ग आव्यूह है जिसके अभिलक्षणिक मान 1,-1, 0 है। सारणिक $(I + A^{100})$ का मान ज्ञात करो ।

(b) Let $R^4$ (R) is a vector space with respect to ordinary addition and scalar multiplication. Let S be its subspace spanned by the vectors (1,2,3,0), (2,3,0,1),(3,0,1,2).Then find the dimension of the vector space $R^4/S$. (10)

माना कि $R^4$ (R) साधारण योग तथा अदि”ा गुणन के सापेक्ष सदि”ा समष्टि है माना कि इसका एक उपसमष्टि S, सदि”ों (1,2,3,0), (2,3,0,1),(3,0,1,2) द्वारा जनित होता है सदि”ा समष्टि $R^4/S$ की विमा ज्ञात करो।

7. (a) In a finite dimensional inner product space V, $\{w_1, w_2, \ldots\ldots\ldots w_n\}$ be an orthonormal subset of V such that $\sum_{i=1}^{i=n} |< w_i, v >|^2 = ||v||^2$ for all v ∈ V. Then find the basis of V. (10)

किसी परिमित विमीय आंतरिक गुणन समष्टि V, में $\{w_1, w_2, \ldots\ldots\ldots w_n\}$, V का प्रसामान्य लांबिक उपसमुच्चय है इस प्रकार से $\sum_{i=1}^{i=n} |< w_i, v >|^2 = ||v||^2$ सभी v ∈ V के लिए. V का आधार ज्ञात करो।

(b) Let $V = R^2$ be finite dimensional standard inner product space. Then prove that {(-1, 0) (0, -1)} will form an orthonormal basis of V. (10)

किसी परिमित विमीय मानक आंतरिक गुणन समष्टि $V = R^2$, में सिद्ध करो कि {(-1, 0) (0, -1)}, V का प्रसामान्य लांबिक आधार है।

8. (a) With usual notations, prove that the angular acceleration in the direction of motion of a point moving in a plane is $\frac{v}{\rho}\frac{dv}{ds} - \frac{v^2}{\rho^2}\frac{d\rho}{ds}$. (10)

सामान्य संकेतनों से सिद्व कीजिए कि एक समतल में गतिमान एक कण के गति की दि”ाा में कोणीय त्वरण $\frac{v}{\rho}\frac{dv}{ds} - \frac{v^2}{\rho^2}\frac{d\rho}{ds}$, होगा।

(b) Three forces P, Q, R act along the sides of the triangle taken in order formed by the lines x + y = 1, y - x = 1, y = 2. Find the equation of the line of action of their resultant. (10)

तीन बल P, Q, R रेखाओं x + y = 1, y - x = 1, y = 2 से निर्मित त्रिभुज की भुजाओं के अनुदि”ा कम”ाः लगते हैं। परिणामी के क्रिया रेखा के समीकरण को ज्ञात करो।

HP General Studies